Révisions

Systèmes et matrices

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Question 1

Un système d'équation linéaire, c'est ....

Réponse 1

Système d'équation linéaire : Une grande accolade englobant plusieurs équations linéaires (c'est à dire que les inconnues sont justes multipliées par des nombres et additionnées)

Question 2

Les solutions d'un système d'équation linéaire sont...

Réponse 2

Des valeurs qui vérifient TOUTES les équations du système en même temps.

Question 3

un système homogène est

Réponse 3

un système dont le second membres (à droite du $=$) vaut toujours 0.

Question 4

Mettre le système suivant, d'inconnues x, y, z, sous forme matricielle.

$$\begin{cases} ax & +by & -cz & = d \\ ex & & +fz & = g \\ hz & +ix & +jy & = k \end{cases}$$

Réponse 4

$$AX = u \text{ avec}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b & -c \\ e & 0 & f \\ i & j & h \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} d \\ g \\ k \end{pmatrix}$$

Question 5

Décrire les éléments de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$.

Réponse 5

Ce sont les matrices de n lignes et p colonnes dont les coefficients sont réels.

Question 6

C'est quoi une matrice carrée de taille n ?

Réponse 6

matrice de n lignes et n colonnes

Question 7

C'est quoi la diagonale d'une matrice carrée ?

Réponse 7

la diagonale qui va du coin haut gauche au coin bas droit.

Question 8

C'est quoi une matrice diagonale ?

Réponse 8

une matrice dont tous les coefficients qui ne sont pas sur la diagonale sont nuls.

Question 9

C'est quoi l'identité de taille n ?

Réponse 9

$$I_n$$

une matrice carrée $n \times n$ avec la diagonale de 1 et 0 partout ailleurs.

Question 10

C'est quoi le zéro des matrices de taille $n \times p$?

Réponse 10

Une matrice n lignes et p colonnes dont tous les coefficients valent 0.

Question 11

C'est quoi une matrice triangulaire supérieure ?

Réponse 11

une matrice carrée dont tous les coefficients sous la diagonale sont nuls.

Question 12

Comment additionner deux matrices A et B ?

Réponse 12

On additionne chaque coefficient de A par le coefficient de B qui est à la même position.

Question 13

Comment multiplier une matrice A par un nombre λ ?

Réponse 13

On multiplie chaque coefficient de A par λ

Question 14

Comment trouver le coefficient de la ligne i et colonne j du produit de matrice AB ?
Est-ce qu'il y a des conditions sur A et B ?

Réponse 14

Pour calculer le coefficient de la ligne i et colonne j de AB, on prend la ligne i de A et la colonne j de B, on multiplie le premier coefficient avec le premier coefficient, le deuxième avec le deuxième, etc ... et on additionne le tout. Il faut que le nombre de colonne de A soit le même que le nombre de ligne de B.

Question 15

Si $AB = 0$, que peut-on dire de A ou B ?

Réponse 15

Rien ! la règle du produit nul ne marche pas.

Question 16

A est inversible si...

Réponse 16

si A possède un inverse, c'est-à-dire une matrice qu'on note A^{-1} telle que

$$AA^{-1} = I, \quad A^{-1}A = I$$

Question 17

I la matrice identité.

$$I^{-1} =$$

Réponse 17

$$I$$

Question 18

$$(A^{-1})^{-1} =$$

Réponse 18

$$A$$

Question 19

$$(AB)^{-1} =$$

Réponse 19

$$B^{-1}A^{-1}$$

Question 20

$$(\lambda A)^{-1} =$$

Réponse 20

$$\frac{1}{\lambda} A^{-1}$$

Question 21

$$(A^n)^{-1} =$$

Réponse 21

$$A^{-n} = (A^{-1})^n$$

Question 22

On a un système mis sous forme matricielle $AX = B$. En connaissant A^{-1}, que peut-on dire sur les solutions du système ?

Et si A^{-1} n'existe pas ?

Réponse 22

Si A^{-1} existe, il y a une unique solution $X = A^{-1}B$.
Si A^{-1} n'existe pas, on ne peut rien dire sur les solutions.

Question 23

C'est quoi la transposée de A ?

Réponse 23

C'est ${}^tA$, la matrice dont les lignes sont les colonnes de A, ou encore la symétrique de A par rapport à la diagonale.

Question 24

Donner les opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice.

Réponse 24

$L_i \leftarrow \lambda L_i + \alpha L_j$, multiplier la ligne i par $\lambda \neq 0$ puis ajouter un multiplie d'une autre ligne L_j.

$L_i \leftarrow \alpha L_i$, multiplier la ligne i par $\alpha \neq 0$

$L_i \leftrightarrow L_j$ échanger les ligne i et j

Question 25

Dans la méthode du Pivot de Gauss (partiel ou total), quelles sont les règles pour le choix d'un pivot ?

Réponse 25

Le pivot doit être différent de 0, pas plus d'un pivot par ligne et par colonne. On encadre le pivot choisi et il reste encadré jusqu'à la fin de la méthode.

Question 26

à quoi sert un pivot dans la méthode du pivot de Gauss partiel ? Total ? Comment on l'utilise ?

Réponse 26

Le pivot sert à éliminer les termes situés dans la même colonne que lui. Pour le pivot partiel, on élimine les termes dans les lignes sans termes encadrées (autres pivot). Pour le pivot total, on élimine tous les termes sauf le pivot. Pour y arriver on utilise des opérations de lignes $L_i \leftarrow \alpha L_i + \beta L_j$, avec L_j la ligne du pivot, et α, β des nombres à ajuster pour faire disparaitre le terme de la ligne i qui est dans la même colonne que le pivot choisi.

Question 27

Quand arrêter la méthode du Pivot de Gausse partiel ? et Total ?

Réponse 27

On arrête le pivot partiel et total quand on ne peut plus choisir de pivot.

Question 28

Dans quelle situation utiliser la méthode du pivot de Gauss partiel ou total ?

Réponse 28

On utilise le Pivot partiel pour avoir des informations sur les solutions d'un système d'équation linéaire. On utilise le pivot total pour calculer l'inverse d'une matrice.

Question 29

Dans un pivot partiel, c'est quoi une équation principale et une équation auxiliaire ? Une inconnue principale et une inconnue auxiliaire ?

Réponse 29

Une équation principale contient un pivot, une équation auxiliaire n'en contient pas. Une inconnue principale a un pivot, et une inconnue auxiliaire n'en n'a pas.

Question 30

C'est quoi le rang d'un système ou d'une matrice ?

Réponse 30

C'est le nombre de pivot à la fin de la méthode du Pivot de Gauss.

Question 31

à la fin du Pivot de Gauss, un système a une équation de la forme $0 = b$.
Que dire sur les solutions du système ?

Réponse 31

il n'y a pas de solution.

Question 32

à la fin du Pivot de Gauss, un système a toutes ses inconnues principales.
Que dire sur les solutions du système ?

Réponse 32

il y a une unique solution qu'on peut déterminer en reportant les valeurs d'une ligne à l'autre, en déterminant la valeur "pivot" à chaque ligne.

Question 33

à la fin du Pivot de Gauss, un système a des inconnues auxiliaires.
Que dire sur les solutions du système ?

Réponse 33

Il a une infiinité de solution. on remplace les inconnues auxiliaires par des paramètres et on exprime les solutions avec ces paramètres.

Question 34

Comment calculer l'inverse d'une matrice A avec la méthode du Pivot ?

Réponse 34

On utilise la méthode du pivot total en appliquant les même opérations sur la matrice identité que sur A. à la fin, on divise les lignes pour avoir des 1 sur tous les pivots et on les place sur la diagonale en échangeant les lignes. On obtient l'identité à la place de A, et A^{-1} à la place de l'identité.