### Révisions

# Intégrale (2)

Afficher une page à la fois seulement. Une page : une question

page suivante : la réponse.

Donner la formule d'intégration par partie.

$$\int_{a}^{b} u'(x)v(x) \, \mathrm{d}x$$

$$= \left[ u(x)v(x) \right]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x) \, \mathrm{d}x.$$

Comment calculer une primitive du ln?

On calcule  $\int_1^x \ln(t)dt$  par une intégration par partie, en considérant  $\int_1^x 1 \times \ln(t)dt$ . On primitive le 1 et on dérive le ln.

Comment intégrer des fonctions de la forme  $f(x) = P(x) e^{ax}$  ou  $f(x) = P(x) \sin(ax)$  ou  $f(x) = P(x) \cos(ax)$ , avec P un polynôme et a une constante?

Intégrations par partie successives en dérivant le polynôme P jusqu'à ce qu'il disparaisse.

Donner la technique pour faire le changement de variable  $t=\varphi(x) \text{ dans l'intégrale } \int_a^b f(x) \, \mathrm{d}x.$ 

- 1. les bornes  $x = a \to t = \varphi(a)$  et  $x = b \to t = \varphi(b)$ .
- 2. on dérive  $t = \varphi(x)$  pour avoir  $dt = \varphi'(x) dx$
- 3.  $\varphi'(x) dx \to dt$ , et  $\varphi(x) \to t$

Donner la technique pour faire le changement de variable  $x=\psi(t) \text{ dans l'intégrale } \int_a^b f(x) \,\mathrm{d}x.$ 

- 1. On cherche  $\alpha$  tel que  $\psi(\alpha)=a$  et  $\beta$  tel que  $\psi(\beta)=b$ .
- 2. on dérive  $x=\psi(t)$  pour avoir  $\mathrm{d} x=\psi'(t)\,\mathrm{d} t$  (en "dérivant"  $x=\psi(t))\,;$
- 3. On remplace :  $dx \to \psi'(t) dt$ ,  $x \to \psi(t)$  et les bornes.

Donner en bref la méthode pour trouver la primitive de

 $\frac{dx+e}{ax^2+bx+c}$ 

- 1. Si  $dx \neq 0$ : on sépare l'élément simple en deux fractions  $\frac{u'}{u}$  (de primitive en  $\ln |u|$ ) et  $\frac{1}{ax^2+bx+c}$ .
- 2. Si  $bx \neq 0$  forme canonique en bas, Puis changement de variable pour se ramener à  $\frac{1}{At^2+B}$
- 3. Factoriser B
- 4. Deuxième changement de variable pour avoir  $\frac{1}{y^2+1}$ .

Dans un calcul d'intégrale, comment transformer  $\frac{dx+e}{ax^2+bx+c}$  en somme  $C\frac{u'}{u}+\frac{K}{ax^2+bx+c}$  (avec C,K des constantes)?

On fait apparaître au numérateur la dérivée du dénominateur en factorisant de force par  $\frac{d}{2a}$ . Puis on fait apparaître b. On sépare d'un coté 2ax + b et de l'autre le reste des constantes.

Comment transformer une fraction  $\frac{1}{ax^2+bx+c}$  en une fraction de la forme  $\frac{1}{t^2+B}$  dans un calcul d'intégrale?

On met le polynôme le  $ax^2 + bx + c$  sous forme canonique, puis on pose comme changement de variable ce qui est à l'intérieur du carré.

Comment calculer l'intégrale  $\int_a^b \frac{1}{At^2+B} dt$  avec A et B deux nombres réels strictement positifs ?

- 1. On factorise B au dénominateur pour faire apparaı̂tre le +1.
- 2. On rentre tout dans le carré:
- 3. On fait le changement de variable  $y=\sqrt{\frac{A}{B}}t$  (le terme dans le carré)

On obtient  $\frac{1}{n^2+1}$  et on peut faire la primitive.

Quand on doit primitiver un quotient de polynômes trignonométrique, que faut-il essayer en premier?

On tente un changement de variable  $u = \cos(x)$ ,  $u = \sin(x)$  ou  $u = \tan(x)$ .