

Révisions

Développements limités

Afficher une page à la fois seulement.

Une page : une question

page suivante : la réponse.

Question 1

A quoi ressemble un développement limité d'une fonction f en 0 ?

Réponse 1

$f(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n + o(x^n)$ quand x proche de 0.

Question 2

A quoi ressemble un développement limité d'une fonction f en un point a ?

Réponse 2

$$\begin{aligned} f(x) &= a_0 + a_1(x - a)^1 \\ &\quad + a_2(x - a)^2 + \dots \\ &\quad + a_n(x - a)^n + o((x - a)^n) \\ &\quad \text{quand } x \text{ proche de } a. \end{aligned}$$

Question 3

Que signifie la notation $o(x^n)$?

Réponse 3

une fonction qui tend vers 0 plus vite que x^n .

Question 4

Donner la formule de Taylor-Young pour une fonction f en un point a

Réponse 4

$$\begin{aligned} f(x) = & \\ & \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k \\ & + o((x-a)^n) \end{aligned}$$

Question 5

Donner la formule de Taylor-Young pour une fonction f en 0

Réponse 5

$$\begin{aligned} f(x) = & \\ & \sum_{k=0}^n f^{(k)}(0) \frac{x^k}{k!} \\ & + o(x^n) \end{aligned}$$

Question 6

Quelles sont les opérations autorisées avec un développement limité.

Réponse 6

Toutes : addition, soustraction , multiplication, division, composition, primitive et dérivée.

Question 7

Soit f une fonction et F une primitive de cette fonction. A partir du développement limité de f , comment faire celui de F en 0 ?

Réponse 7

On primitive terme par terme le développement limité de f
et on rajoute $F(0)$.

Question 8

Soit f une fonction. A partir du développement limité de f , comment faire celui de f' en 0 ?

Réponse 8

On dérive terme par terme le développement limité de f .

Question 9

développement limité en 0 à l'ordre n de $\frac{1}{1-x}$

Réponse 9

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$
$$+ x^n + o(x^n)$$

Question 10

développement limité en 0 à l'ordre n de e^x

Réponse 10

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

Question 11

développement limité en 0 à l'ordre n de $\cos x$

Réponse 11

$$\begin{aligned}\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \\ + \cdots + o(x^n)\end{aligned}$$

Question 12

développement limité en 0 à l'ordre n de $\sin x$

Réponse 12

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + o(x^n)$$

Question 13

développement limité en 0 à l'ordre 3 de $\tan x$

Réponse 13

$$\tan x =$$

$$x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + o(x^3)$$

Question 14

développement limité en 0 à l'ordre n de $\ln(1 - x)$

Réponse 14

$$\begin{aligned}\ln(1 - x) = \\ -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \\ \dots - \frac{x^n}{n} + o(x^n)\end{aligned}$$

Question 15

développement limité en 0 à l'ordre 7 de $\arctan(x)$

Réponse 15

$$\arctan(x) =$$

$$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + o(x^7)$$

Question 16

développement limité en 0 à l'ordre n de $(1+x)^\alpha$

Réponse 16

$$\begin{aligned}(1+x)^\alpha = & \\ & 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \\ & \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \\ & \cdots + o(x^n)\end{aligned}$$

Question 17

développement limité en 0 à l'ordre 5 de $\arcsin x$

Réponse 17

$$\arcsin(x) =$$

$$x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + o(x^5)$$

Question 18

développement limité en 0 à l'ordre 5 de $\arccos x$

Réponse 18

$$\arccos(x) =$$

$$\frac{\pi}{2} - x - \frac{x^3}{6} - \frac{3}{40}x^5 + o(x^5)$$

Question 19

$$\text{Si } n > p, o(x^n) + o(x^p) =$$

Réponse 19

$$o(x^p)$$

Question 20

$o(1)$ représente quoi ?

Réponse 20

Une quantité qui tend vers 0 en 0

Question 21

$$o(x^n) \times o(x^p) =$$

Réponse 21

$$o(x^{n+p})$$

Question 22

$$ax^n \times o(x^p) =$$

Réponse 22

$$o(x^{n+p})$$

Question 23

Si f a un développement limité en a , alors f est équivalent
....

Réponse 23

au premier terme non nul du développement limité.

Question 24

Si f a un développement limité en a qui commence par $cx + b$, alors la tangente de f est

Réponse 24

$$y = cx + b$$

Question 25

Pour calculer une asymptote de f en $+\infty$, il faut...

Réponse 25

poser $h = \frac{1}{x}$ dans f et faire un développement limité quand $h \rightarrow 0$, puis on revient à x et on regarde si on voit apparaître $ax + b$.