Révisions 27

Compléments sur l'intégration

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Question 1

Si $a < b$, que représente graphiquement $\int_a^b f(x)dx$?

Réponse 1

L'aire entre la courbe, l'axe des abscisses et les droites $x = a$, $x = b$, en comptant + pour les portions de courbe au-dessus de l'axe des abscisses et - pour les portions en-dessous.

Question 2

$$\int_a^b (\lambda f + g)(x)dx = ...$$

Réponse 2

$$\lambda \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

Question 3

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx =$$

Réponse 3

$$\int_a^c f(x)dx$$

Question 4

Si f est une fonction continue et positive sur le segment $[a, b]$ avec $a < b$, alors son intégrale est...

Réponse 4

positive

Question 5

Si f et g sont continues sur $[a, b]$ avec $f \leqslant g$, que dire sur leurs intégrales ?

Réponse 5

$$\int_a^b f(x)dx \leqslant \int_a^b g(x)dx$$

Question 6

Si f est continue, positive et d'intégrale nulle sur $[a, b]$, alors...

Réponse 6

f est nulle sur $[a, b]$.

Question 7

Donner la valeur moyenne de f sur $[a, b]$

Réponse 7

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

Question 8

Inégalité de la moyenne : Si f est majoré par M sur $[a, b]$, alors son intégrale est majorée par

Réponse 8

$$M(b-a)$$

Question 9

inégalité de Cauchy-Schwarz : $\left(\int_a^b f(x)g(x)dx\right)^2 \leqslant \ldots$

Réponse 9

$$\left(\int_a^b f^2(x)dx\right)\left(\int_a^b g^2(x)dx\right)$$

Question 10

La somme de Riemann sur $[0, 1]$ d'une fonction f s'écrit

Réponse 10

$$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

Question 11

La suite des sommes de Riemann d'une fonction f sur $[a, b]$ converge vers quoi quand $n \to +\infty$?

Réponse 11

vers $\int_a^b f(x)dx$

Question 12

Si f est défini sur $[a, b[$, l'intégrale $\int_a^b f(t)dt$ converge signifie que

Réponse 12

la limite quand x tend vers b de $\int_a^x f(t)dt$ existe.

Question 13

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^a} dt$ converge si....

Réponse 13

$$a > 1$$

Question 14

$\int_0^1 \frac{1}{t^a} dt$ converge si....

Réponse 14

$$a < 1$$

Question 15

$\int_0^1 \ln(t)$ est convergente ou divergente ?

Réponse 15

convergente

Question 16

$\int_1^{+\infty} \ln(t)$ est convergente ou divergente ?

Réponse 16

divergente

Question 17

$\int_0^{+\infty} e^{at} dt$ est convergente si

Réponse 17

$$a < 0$$

Question 18

$\int_{-\infty}^{0} e^{at} dt$ est convergente si

Réponse 18

$$a > 0$$

Question 19

Si f, g des fonctions positives sur $[a, b[$ telles que $f \leqslant g$ et $\int_a^b g$ converge, alors....

Réponse 19

$$\int_a^b f \text{ converge}$$

Question 20

Si f, g des fonctions positives sur $[a, b[$ telles que $f \leqslant g$ et $\int_a^b f$ diverge, alors....

Réponse 20

$$\int_a^b g \text{ diverge}$$

Question 21

Si f, g des fonctions positives sur $[a, b[$ telles que $f = o(g)$ en b et $\int_a^b g$ converge, alors....

Réponse 21

$$\int_a^b f \text{ converge}$$

Question 22

Si f, g des fonctions positives sur $[a, b[$ telles que $f \sim g$ en b et $\int_a^b g$ converge, alors....

Réponse 22

$$\int_a^b f \text{ converge}$$

Question 23

Si f, g des fonctions positives sur $[a, b[$ telles que $f \sim g$ en b et $\int_a^b g$ diverge, alors....

Réponse 23

$$\int_a^b f \text{ diverge}$$

Question 24

Si f n'est pas positive sur $[a, b[$, comme étudier si f est intégrable ?

Réponse 24

On étudie si $\int_a^b |f(t)|dt$ converge

Question 25

Si f est intégrable sur $[a, b[$, que penser de la convergence de $\int_a^b f(t)dt$?

Réponse 25

l'intégrale converge