Révisions 28

Espace vectoriel de dimension finie

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Question 1

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est libre si

Réponse 1

$$aU + bV + cW = 0$$

(0 vecteur nul de E)

n'est possible que pour $a = b = c = 0$.

Question 2

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est liée si

Réponse 2

$$aU + bV + cW = 0$$

(0 vecteur nul de E) est possible avec a, b, c non tous nuls

Question 3

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est génératrice de E si

Réponse 3

tout vecteur X de E se décompose $X = aU + bV + cW$
avec a, b, c constantes

Question 4

Une base d'un espace vectoriel E est une famille ...

Réponse 4

libre et génératrice de E.

Question 5

Les coordonnées de X sont (a, b, c) dans la base (U, V, W) de l'espace vectoriel E signifie que

Réponse 5

$$X = aU + bV + cW$$

Question 6

La dimension d'un espace vectoriel E est...

Réponse 6

le nombre de vecteur dans une base de E

Question 7

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n, que dire du nombre de vecteur dans une famille libre ?

Réponse 7

Il est inférieur à n. Et s'il est égal à n, la famille est une base.

Question 8

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n, que dire du nombre de vecteur dans une famille génératrice de E ?

Réponse 8

Il est supérieur à n. Et s'il est égal à n, la famille est une base.

Question 9

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n, que dire de la dimension d'un sous-espace vectoriel F de E ?

Réponse 9

la dimension de F est inférieur à n. Et si elle est égale à n, alors $F = E$

Question 10

Si les sous-espace vectoriels F et G sont tels que F est inclus dans G et que les dimensions de F et G sont égales, alors...

Réponse 10

$$F = G$$

Question 11

Si F et G sont deux sous-espaces vectoriels de E, comment prouver qu'ils sont supplémentaires en utilisant les dimensions ?
(2 réponses)

Réponse 11

1- On prouve $F + G = E$ et $dim(F) + dim(G) = dim(E)$.

2- On prouve $F \cap G = \{0\}$ et $dim(F) + dim(G) = dim(E)$.

Question 12

Si F et G sont deux sous-espaces vectoriels de E de dimension finie, alors $dim(F + G) = ...$

Réponse 12

$$dim(F) + dim(G) - dim(F \cap G)$$

Question 13

f une application linéaire de E, de dimension finie avec base (u,v,w), dans F. Alors $Im(f) = Vect....$

Réponse 13

$$Im(f) = Vect(u, v, w)$$

Question 14

f une application linéaire de E, de dimension finie, dans F.
Donner le théorème du rang

Réponse 14

$$dim(Im(f)) + dim(Ker(f)) = dim(E)$$

Question 15

f une application linéaire de E, de dimension finie, dans F.
Si $dim(Ker(f)) = 0$ alors

Réponse 15

f est injective

Question 16

f une application linéaire de E, de dimension finie, dans F.
Si $dim(Im(f)) = dimF$ alors

Réponse 16

f est surjective

Question 17

f une application linéaire de E, de dimension finie, dans F.
Si $dim(Ker(f)) = 0$ et $dim(Im(f)) = dimF$ alors

Réponse 17

f est bijective

Question 18

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E, c'est quoi la matrice $P(B, B')$ et qu'est-ce qu'il y a dedans ?

Réponse 18

C'est la matrice de passage de la base B à la base B', elle contient les colonnes des coordonnées des vecteurs de B' exprimées sur la base B.

Question 19

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E, un vecteur de coordonnées X dans la base B et X' dans la base B'. Donner les formules permettant de passer de X à X' et inversement.

Réponse 19

$$X = P(B, B')X' \text{ et } X' = P(B', B)X$$

Question 20

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E, l'inverse de $P(B, B')$ est

Réponse 20

$$P(B', B)$$

Question 21

Si B est la base d'un espace vectoriel E, B' la base d'un espace vectoriel F, f une application linéaire de E dans F. Comment faire et noter la matrice de f dans les bases B et B' ?

Réponse 21

On calcule l'image par f des vecteurs de B, on écrit les coordonnées dans B' de ces images et ont les met côte à côte en colonne. On obtient $M_{B,B'}(f)$

Question 22

Si B est la base d'un espace vectoriel E, B' la base d'un espace vectoriel F, f une application linéaire de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Comment calculer l'image d'un vecteur de E de coordonnées X dans la base B ?

Réponse 22

le produit $M_{B,B'}(f)X$ donne $f(X)$ exprimé sur la base B'

Question 23

Si B est la base d'un espace vectoriel E, B' la base d'un espace vectoriel F, f, g des applications linéaires de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$ et $M_{B,B'}(g)$. Quelle est la matrice de $f + g$?

Réponse 23

$$M_{B,B'}(f) + M_{B,B'}(g)$$

Question 24

Si B est la base d'un espace vectoriel E, B' la base d'un espace vectoriel F, f une application linéaire de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Quelle est la matrice de af avec a une constante ?

Réponse 24

$$aM_{B,B'}(f)$$

Question 25

Si f et g sont des applications linéaires de matrice $M_{B,B'}(f)$ et $M_{B',B"}(g)$, quelle est la matrice de la composée $f \circ g$

Réponse 25

la matrice produit $M_{B,B'}(f) \times M_{B',B"}(g)$

Question 26

Si B est la base d'un espace vectoriel E, B' la base d'un espace vectoriel F, f une application linéaire bijective de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Quelle est la matrice de f^{-1} ?

Réponse 26

$$M_{B',B}(f^{-1}) = (M_{B,B'}(f))^{-1}$$

Question 27

Si B et B' sont deux base d'un espace vectoriel E, f un endomorphismes de E de matrice $A = M_B(f)$ et $A' = M_{B'}(f)$, donner le lien entre A et A'.

Réponse 27

$$A' = P^{-1}AP \text{ avec } P = P(B, B')$$