Révisions 32

Compléments sur les équations différentielles

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Question 1

On connait une solution particulière f de l'équation (E) :

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = d(x).$$

Comment trouver toutes les solutions de (E) ?

Réponse 1

On pose $y = f \times u$ avec u fonction inconnue. On reporte dans l'équation (E) et on cherche à déterminer u.

Question 2

Si on a une équation

$$a(x)y'' + b(x)y' = d(x),$$

quel changement de fonction faut-il poser pour résoudre ?

Réponse 2

On pose $Y = y'$, on obtient alors une équation différentielle du premier ordre, qu'on sait résoudre. Puis on primitive les solution Y pour trouver y.

Question 3

Comment résoudre un système contenant plusieurs équations différentielles linéaires d'ordre 1, avec plusieurs fonctions inconnues ?

Réponse 3

On met le système sous forme matricielle $Y' = AY$ avec Y la colonne des fonctions inconnues et A la matrice des coefficients du système. On diagonalise $A = PDP^{-1}$. On pose $Y = PU$ une nouvelle colonne de fonctions inconnues. On obtient $U' = DU$ qui est facile à résoudre. On en déduit Y.

Question 4

Comment résoudre une équation qui se met sous la forme $y'a(y) = b(x)$?

Réponse 4

On primitive de chaque coté : $A(y) = B(x)$ avec A primitive de a et B primitive de b. Puis on cherche à isoler y si on peut. Sinon, y est implicite.

Question 5

Comment résoudre une équation du type

$$y' = a(x)y + b(x)y^{\alpha}$$

avec $\alpha \neq 0, 1$?

Réponse 5

On divise l'équation par y^α et on fait un changement de fonction $z = \frac{1}{y^{\alpha-1}}$.

Question 6

Comment résoudre une équation

$$y' = a(x)y^2 + b(x)y + c(x)$$

en connaissant une solution particulière f ?

Réponse 6

On pose $y = f + z$ avec z nouvelle fonction inconnue. On reporte dans l'équation et on doit obtenir une équation qu'on sait résoudre (par une autre méthode)